

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI GENOVA

SCUOLA DI SPECIALIZZAZIONE
ALL'INSEGNAMENTO SECONDARIO

Relazione per il corso di Laboratorio di
Didattica della Fisica

Un progetto didattico per lo studio di una molla elastica

A cura di

STEFANIA DONADIO
(laurea in Fisica, classe A059)

Anno Accademico 2006/2007

1. Introduzione al percorso didattico

Il percorso didattico qui proposto vuole introdurre in modo guidato gli alunni in una attività di laboratorio per lo studio dell'allungamento delle molle dovuto all'applicazione di forze.

L'approccio è costruttivista: nello scenario proposto, gli alunni propongono ipotesi, svolgono attività sperimentali e partecipano a discussioni mediate, assumendo un ruolo attivo nel lavoro didattico.

Entreranno in gioco conoscenze già acquisite, esperienze legate al loro vissuto precedente, modi di pensare. Si affronteranno alcune situazioni problematiche semplici, ma non banali (il problema delle molle collegate in serie), in cui, per validare le ipotesi costruite, si intrecciano argomentazioni e verifiche sperimentali.

Potranno inoltre essere affrontati alcuni problemi semplici, riferibili all'esperienza comune, che descrivono situazioni nuove e non stereotipate (ad esempio lo 'scivolo', o il 'flipper'), in cui si intrecciano argomentazioni teoriche con verifiche sperimentali.

Seguendo lo schema didattico qui proposto, gli alunni verranno guidati in una attività di osservazione di alcuni fenomeni fisici legati al comportamento delle molle, di modellizzazione matematica delle proprietà osservate e, infine, di discussione conclusiva sui limiti di validità del modello applicato ad alcuni casi reali diversi dagli esempi più noti.

L'attività proposta si presta infine a dei collegamenti interdisciplinari: può essere una lezione di approccio per approfondire, in un secondo tempo, le funzioni, lineari e quadratiche su piano cartesiano (rette, parabole e loro proprietà), per sviluppare l'argomento dei grafici, funzioni e formule di un modello matematico.

2. Livello scolastico

Lo studio del comportamento dinamico di una molla elastica può proporsi agli studenti di scuola media, preferibilmente per una terza, di livello medio.

L'intervento potrebbe essere collocato all'inizio dell'anno scolastico e la durata prevista del progetto è di circa 20 ore.

3. Obiettivi disciplinari

Dal punto di vista didattico generale, questa attività di laboratorio di fisica si propone di portare i ragazzi a:

- la definizione di forza, attraverso la verifica degli effetti che produce sulla molla;
- la natura vettoriale della forza, perché si apprezza una direzione di azione verticale della forza;
- il concetto di somma delle forze, evidente nel caso di molle collegate in serie;
- la verifica che il peso è una forza e la differenza con la massa;
- l'importanza del grafico dei punti misurati nella ricerca di una legge o nella sua verifica;
- il problema dell'incertezza della misura;
- l'importanza della valutazione dei risultati;

4. Obiettivi specifici

Dal punto di vista degli obiettivi specifici, questo esperimento fornisce agli studenti un'occasione per verificare il concetto di forza, nel contempo permette all'insegnante di richiamare importanti argomenti e evidenziare nodi concettuali, quali:

- il concetto di proporzionalità (diretta e inversa) fra grandezze fisiche;
- Il concetto di forza elastica di richiamo a una forza esterna;
- il concetto di dinamometro come strumento di misura delle forze;

- il concetto di elasticità (costante elastica) di un corpo e di limite di elasticità o carico di rottura.

L'esperimento inoltre si presta ad una discussione, anche solo preliminare, su concetti più avanzati come ad esempio:

- Conoscere la funzione lineare $y=kx$ ed essere in grado di rappresentare i punti sul piano cartesiano.
- Estendere l'uso delle funzioni e dei diagrammi a problemi di proporzionalità diretta, inversa e relativi a fatti sperimentali.
- Saper selezionare il numero minimo di variabili per descrivere un fenomeno complesso.

5. Obiettivi trasversali

Dal punto di vista generale, questa attività, si propone di portare i ragazzi a:

- superare le conoscenze di senso comune, attraverso l'osservazione, per arrivare ad interpretazioni dei fenomeni corrette;
- provare a dedurre una legge generale dall'osservazione diretta dei risultati sperimentali e ragionare sul significato di modello matematico;
- saper riportare in una tabella le grandezze misurate e su un grafico i punti sperimentali per poter dare un'interpretazione intuitiva del fenomeno;
- sviluppare nuove idee, curiosità ed interesse;
- appropriarsi di una terminologia scientifica esatta e di una buona manualità;
- acquisire un buon metodo d'indagine scientifica;
- lavorare in gruppo.

6. Altri obiettivi generali:

1. Indagare sulle concezioni degli alunni sul nuovo argomento. Attraverso la mediazione dell'insegnante si fanno evolvere le concezioni in ipotesi iniziali, in funzione dell'obiettivo previsto.
2. Attraverso la formulazione di ipotesi e l'osservazione dei fenomeni in un laboratorio sperimentale si può condurre una esplorazione dinamica dei concetti.
3. Porre attenzione al linguaggio consapevole o inconsapevole degli alunni al fine di costruire un linguaggio disciplinare. Attraverso la verbalizzazione scritta e la discussione in gruppo, mediata dall'insegnante, si perseguono gli obiettivi trasversali o disciplinari previsti.
4. Condurre gli alunni a porsi domande sul nuovo argomento, offrendo un'occasione per fare osservazioni non casuali

7. Requisiti

1. Conoscere i numeri relativi, saper operare con essi.
2. Essere in grado di rappresentare sul piano cartesiano punti per avere coordinate di numeri relativi.
3. Possedere il concetto di forza.
4. Saper approssimare i dati.
5. Conoscere il concetto di grandezze proporzionali.

1. RICHIAMI TEORICI SULLE MOLLE ELASTICHE

In una prima osservazione, molti oggetti solidi **appaiono** sostanzialmente indeformabili, rispetto la forma e le dimensioni geometriche. Tuttavia, gli oggetti solidi subiscono delle deformazioni, che possono risultare più o meno significative, per l'azione di forze applicate.

Supponiamo di avere un corpo solido che subisce una compressione F lungo una certa direzione, si può riscontrare, per esempio, che se viene schiacciato dall'alto, subir  lungo la sua altezza un accorciamento Δh . Una volta deformato, il corpo esercita una forza \vec{f} uguale ed opposta a quella che dall'esterno ha agito sulla sua altezza:

$$\vec{f} = -\vec{F}$$

Finch  l'intensit  della forza   tale che la deformazione sia molto piccola rispetto all'intera altezza, la deformazione stessa   reversibile, cio  eliminando la forza, l'oggetto riassume la forma primitiva. La deformazione subita dalla forza   descritta dalla legge di Hooke, che esprime la diretta proporzionalit  tra la forza f con cui il campione reagisce ad un allungamento Δh e l'allungamento stesso:

$$\left\{ \begin{array}{l} f = -K \cdot \Delta h \\ K = \frac{ES}{h} \end{array} \right.$$

dove S   la superficie della sezione del campione, h la sua altezza, E   una costante caratteristica del materiale detta coefficiente di elasticit  o modulo di Young.

Questa forza di **richiamo** ha un'interpretazione **microscopica**, perch  la struttura cristallina di un metallo   formata da atomi disposti ai vertici di poliedri regolari e l'orbita degli elettroni pi  periferici di ogni atomo si trova a stretto contatto con l'orbita degli atomi contigui. La forza di compressione esercitata sul campione tende a restringere l'orbita degli elettroni provocando una forza di richiamo degli elettroni verso l'orbita di equilibrio. Quella che si manifesta **macroscopicamente**   la risultante di tutte queste forze microscopiche: la forza elastica con cui un oggetto reagisce ad una forza esterna.

Occorre precisare che la legge di Hooke   valida fino a che la forza esterna non supera un valore massimo caratteristico del materiale in esame, il limite di elasticit , superato il quale si raggiunge un valore per cui l'oggetto si rompe. Inoltre, la legge vale finch  la forza esterna non modifica il corpo geometricamente.

Per realizzare strumenti che consentano di esercitare su oggetti in movimento una forza elastica riproducibile e controllabile dal punto di vista della misura,   necessario ricorrere ad alcuni accorgimenti nella scelta dei materiali e delle geometrie, in modo che siano consentite grandi elongazioni prima di raggiungere il limite di elasticit .

Nel caso dell'acciaio, per avere allungamenti significativi, si dovr  ricorrere a geometrie particolari, come la molla elicoidale.

In questo caso, la forza elastica si manifesta in modo unidimensionale e la legge di Hooke pu  scriversi come:

$$f = -kx$$

dove x rappresenta l'allungamento subito dalla molla, se assumiamo che l'origine del sistema di riferimento (l'asse x) coincida col punto in cui la molla   a riposo.

Il moto descritto da una massa m appesa ad una molla con costante elastica k   armonico oscillatorio. La molla si allungher  fino a che la sua resistenza all'allungamento sar  pari alla forza esercitata dalla gravit  sulla massa m ed il sistema si trover  di nuovo in equilibrio.

La lunghezza della molla nello stato di quiete   detta "punto di riposo"; se si tira il peso verso il basso spostandolo dal punto di riposo fino ad un certo punto, si creer  un disequilibrio nel sistema, dovuto al fatto che la molla tender  a reagire alla deformazione richiamando il peso verso la posizione di riposo. Siccome la forza di richiamo nel punto di elongazione massima   molto maggiore dell'accelerazione gravitazionale, il peso verr  trascinato verso l'alto con un'accelerazione iniziale molto alta che tender  a decrescere gradualmente arrivando ad annullarsi nel punto di riposo.

A quel punto, l'energia cinetica accumulata dalla massa sar  tale che il peso superi la posizione di riposo proseguendo la sua corsa verso l'alto. Avendo superato il punto di equilibrio, la forza di

gravità riprenderà gradualmente il sopravvento sulla forza di richiamo della molla e la corsa della massa si arresterà in un punto superiore per ricominciare a scendere subito dopo.

In questo moto si ha quindi accelerazione massima nei punti estremi dell'oscillazione e velocità massima nel punto di riposo.

In assenza di attrito il movimento si ripete all'infinito. Siccome, invece, operando in aria, l'attrito esiste, tali moti sono sempre smorzati perché parte dell'energia viene utilizzata! per contrastare l'attrito e tendono a riportare la massa in posizione di equilibrio dopo un certo numero di oscillazioni sempre più brevi. La distanza tra le posizioni estreme prende il nome di "ampiezza" dell'oscillazione. La posizione x della massa in qualunque istante prende il nome di "elongazione".

1 Come introdurre e discutere un'esperienza sulle molle

Lo studio della molla elastica può essere introdotto da una **breve presentazione** con lo scopo di individuare le variabili significative per il fenomeno studiato ed esplorare i modi di pensare degli alunni.

Nella presentazione si possono descrivere sinteticamente alcune delle attività e dei contenuti che caratterizzeranno il lavoro in laboratorio: si studieranno alcune caratteristiche delle molle, sarà richiesto un lavoro di costruzione e verifica di ipotesi, saranno effettuate delle attività sperimentali, la matematica sarà uno strumento importante per capire come sono collegate le grandezze in gioco e poi per generalizzare. Nelle prime attività l'insegnante può cominciare ad esplorare le conoscenze iniziali, spontanee, derivate, da esperienze extrascolastiche, e i modi di pensare che orientano le ipotesi degli allievi. Si può iniziare a lavorare sul significato di alcuni termini (e concetti) usati dagli allievi nelle discussioni o introdotti dall'insegnante: **lunghezza, allungamento, elasticità, deformazione, sollecitazione, peso, forza**.

La padronanza dei significati può derivare da attività svolte precedentemente; tale padronanza può, però, essere ancora confusa o mancare totalmente e in tal caso ne deve essere curata la **costruzione**, eventualmente anche nel corso delle attività successive.

Per far emergere le idee spontanee sulla forza, gli alunni possono venire invitati a dare esempi di situazioni in cui si usa la parola "forza", in genere il termine forza è associato alla forza muscolare esercitata dal proprio corpo o da quello degli altri, inoltre si parla di forza muscolare solo in occasione di prestazioni non usuali (braccio di ferro, lanciare un pallone, etc.) e di notevole intensità.

Un modo didattico per individuare la forza è quello di riconoscere un suo effetto: ecco come introdurre la deformazione di oggetti, come molle, elastici, lamine: alcune molle si allungano se tirate, altre si accorciano se premute, oppure gli elastici tondi si deformano e si allungano, se tirati.

Si propone quindi di realizzare un laboratorio con una molla appesa ad un sostegno, e, dall'osservazione delle oscillazioni, si può introdurre la forza peso come un tipo particolare di forza (che gli oggetti abbiano peso costituisce una conoscenza di base, che il peso sia una forza non è altrettanto scontato).

La presentazione può essere seguita da una **discussione**, avviata richiedendo agli allievi di comunicare le loro conoscenze ed esperienze relative ai diversi tipi di molle incontrati nelle loro attività. Può essere opportuno portare in classe elastici e molle di diverso tipo da manipolare applicando forze, verificando l'allungamento e deformando, in qualche caso, in modo irreversibile. Si possono organizzare semplici esperienze, ad esempio tirare un elastico o una molla prima fissata ad un mobile e poi tenuta da un compagno, applicare un peso ad una molla o tirarla con le due mani, tirare una fune e poi un elastico, confrontando le due situazioni; nelle esperienze si possono individuare e schematizzare le forze in gioco, evidenziando anche quelle esercitate dal mobile, dalle molle e dagli elastici.

Per oggetti che hanno un peso molto lieve, si possono usare diversi tipi di molle: si possono appendere tanti oggetti alla molla, ognuno dà il suo contributo e la somma dei contributi deforma la molla.

Il lavoro fornisce l'occasione di fare confronti, classifiche, deduzioni qualitative (l'osservazione serve per poter poi impostare una modellizzazione matematica e parlare di somma, di media, usare rappresentazioni grafiche).

E' semplice far capire che una forza è caratterizzata oltre che dall'intensità, anche da una direzione e un verso: si possono fissare degli elastici su una tavoletta e con alcuni perni si può tirare l'elastico in direzione Nord, oppure tira verso Sud, etc; tutti gli elastici sono tirati da forze che hanno diverse direzioni. Si possono aggiungere pesi che tirano l'elastico in direzione verticale e verso il basso, per spiegare in modo chiaro che per descrivere una forza occorre indicare oltre all'intensità, anche la direzione e il verso.

2. Progettazione di un esperimento sulle molle e discussione

Il lavoro introduttivo, svolto nella prima fase può essere seguito dalla richiesta di fornire un progetto scritto per organizzare un'attività sperimentale sulle molle.

Gli alunni possono esprimersi circa le loro conoscenze sulla forza e poi sui suoi effetti: devono essere avvisati del fatto che spesso il linguaggio comune non corrisponde a quello specifico di un certo ambito disciplinare: in fisica la definizione di una parola che indica una particolare grandezza, viene espressa attraverso lo studio degli effetti che la grandezza produce. Con la parola forza si intende indicare una grandezza che, in una certa situazione, produce deformazioni in materiali particolari, come elastici o molle. Gli allungamenti di una molla permettono di riconoscere che il peso è una forza, il dispositivo usato in questa esperienza serve a studiare l'allungamento di una molla in relazione alla forza.

L'insegnante, dopo aver raccolto e analizzato i testi, può aprire la discussione proponendo alla classe una sintesi che evidenzia gli aspetti più originali osservati nei progetti; si può poi proporre il confronto tra due o più testi significativi, tratti dai progetti presentati. Il confronto dovrebbe permettere di cogliere somiglianze e differenze tra i progetti e di classificare:

1. Quali proprietà sono state studiate?
2. Quali grandezze variabili sono state individuate?
3. Quali relazioni tra variabili?

Si possono costruire, collettivamente, elenchi di variabili, individuando le dipendenze; si possono scrivere descrizioni sintetiche di alcuni modi proposti per studiarle; le sintesi costruite verranno trascritte sul quaderno.

I progetti presentati dagli allievi possono, in genere, molto vari, legati al livello della classe e a precedenti esperienze scolastiche ed extrascolastiche.

Alcune proposte possono andare nella direzione delle esperienze che successivamente saranno proposte dall'insegnante, in altri casi le scelte degli allievi sono diverse.

E' bene evidenziare che non c'è un unico modo corretto di impostare le attività sperimentali: altre scelte sono possibili, anch'esse significative dal punto di vista scientifico. A volte alcuni dei progetti degli allievi non sono attuabili con gli strumenti disponibili in classe, si tratta di scegliere **quali variabili studiare** e con **quale metodo**.

2. ESPERIENZA SULLA MISURA DELLA COSTANTE ELASTICA DI UNA MOLLA

1. Introduzione

Dopo alcune considerazioni generali sulla forza, si passa all'esperimento in laboratorio della molla appesa ad un sostegno. L'azione di forza è esercitata da un oggetto agganciato alla molla, il peso dell'oggetto è una forza, l'allungamento di una molla a cui è appeso un oggetto ne è la prova.

Si fa notare che un oggetto, non appena viene agganciato alla molla, dà luogo ad oscillazioni, il movimento oscillatorio si protrae a lungo, tanto che talvolta dobbiamo bloccarlo con la mano. La situazione, in cui il sistema molla-oggetto è fermo, è definita situazione di **equilibrio** e si realizza quando sull'oggetto agiscono due forze di uguale intensità: una è il peso e l'altra è esercitata dalla molla che lo sostiene e che possiamo chiamare forza elastica.

Si possono appendere alla molla oggetti di peso diverso, a volte uguali aggiunti uno dopo l'altro, e si segnano i rispettivi allungamenti; si tolgono quindi i pesi, uno alla volta, segnando i rispettivi accorciamenti. Talvolta i pesi modificano la molla, per cui questa, nella fase di accorciamento, non riacquista le dimensioni presentate nella fase di allungamento a parità di pesi, si possono riportare in un grafico gli allungamenti della molla ed i pesi corrispondenti. Se si utilizza una molla con buona elasticità, ovvero che riacquista le dimensioni iniziali una volta tolti i pesi, si vedrà che c'è proporzionalità diretta nella relazione forza applicata-allungamento della molla. Lo studio dei due esperimenti permette sia un confronto tra le due situazioni sperimentali sia l'individuazione di un metodo di misura della forza.

Se appendiamo oggetti successivamente alla stessa molla e questi producono uguali allungamenti, hanno lo stesso peso. I segni relativi ai successivi allungamenti diventano tacche di una scala, in cui l'unità di misura può essere scelta a piacere: la suddivisione dello spazio tra tacca e tacca in 2, 3 o più parti, permette di esprimere le misure in interi e in frazioni dell'unità di misura scelta.

Dopo aver tarato la molla, è bene farla usare per trovare il peso di vari oggetti. Sperimenteranno così situazioni in cui entrano in gioco: la portata dello strumento, la sua sensibilità, l'unità di misura, il raccordo tra unità di misura diverse. Successivamente si faranno usare i **dinamometri**, che sono molle tarate e le caratteristiche fisiche della molla (cioè la sua costante elastica) determinano la portata del dinamometro. Si dividono gli alunni in gruppi, ogni gruppo di alunni può fare esperimenti con la molla appesa ad un sostegno e una serie di oggetti uguali tra loro: due oggetti che, appesi ad una molla producono uguali allungamenti, hanno lo stesso peso. Appendendo successivamente ad una molla oggetti di ugual peso, uno alla volta, si hanno allungamenti proporzionali ai pesi.

Ciò suggerisce la possibilità di tarare una molla con pesi campione e quindi usarla come strumento di misura della forza. Se si fanno usare molle diverse ai vari gruppi, si noterà che la costante di proporzionalità tra allungamento e peso dell'oggetto appeso dipende dalla molla. Per ottenere misure più accurate, si fanno suddividere gli intervalli tra una tacca e l'altra in parti: si chiede di scrivere la misura del peso di un oggetto, usando la molla così tarata.

Quindi le forze sono grandezze descritte da una misura (numero) e relativa unità di misura, da una direzione e da un verso: si possono rappresentare con vettori. Si può introdurre sperimentalmente anche il concetto di somma di forze, in modo quantitativo, con un esperimento in cui si usa il dinamometro.

2. Oggetto dell'esperienza

L'oggetto dell'esperienza è determinare il valore della costante elastica di alcune molle, attraverso la misura dell'allungamento subito per l'azione di alcuni pesi. Riportare su un grafico (x,y) i valori misurati di allungamento e peso e studiare l'andamento dei punti. Se si verifica un andamento lineare, ricavare, dalla misura del coefficiente angolare della retta, il valore della costante elastica. Trovare la legge che descrive la composizione delle costanti elastiche nel caso dell'unione di due molle in serie.

3. Strumenti e materiali utilizzati

- Molle di diversa lunghezza ed elasticità (diverso numero di spire per unità di lunghezza).
- Ritto (braccio di sostegno).
- Masse di diverso tipo e misura.
- Bilancia elettronica dotata di display digitale, con fondoscala **510 g** e sensibilità **0.001 g**
- Riga, con fondoscala **60 cm** e tacche in corrispondenza di **1 mm**.
- Squadretta, con fondoscala **310 mm** e tacche in corrispondenza di **1 mm**.
- Lente di ingrandimento.

4. Esecuzione dell'esperimento

Per calcolare il valore della costante elastica k della molla, si utilizza la legge di Hooke che descrive la diretta proporzionalità tra la forza e l'elongazione:

$$f = -kx$$

dove:

f = forza che agisce sulla molla; k = costante elastica della molla; x = elongazione della molla;

Nel nostro caso, si ha una molla fissata ad una estremità, mentre l'altro estremo è sollecitato da una forza peso $\vec{p} = m\vec{g}$ applicata ad una massa m ; l'allungamento Δx prodotto nella molla rispetto alla posizione di riposo risulta:

$$mg = k\Delta x$$

La misura dell'allungamento Δx della molla deve essere molto accurata, un modo per evitare errori grossolani può essere il procedimento qui descritto:

Disponendo di una semplice riga, si fissa con lo scotch la riga al sostegno, in modo che rimanga ferma e permetta una lettura che non sia suscettibile agli urti, né che dipenda dalla mano dello sperimentatore. Fissata la riga, si pone la squadretta con un lato adiacente alla riga e l'altro lato (ortogonale al primo) rivolto verso l'esterno finché non raggiunge la molla nel punto in cui l'ultima spira termina nel tratto verticale. Questo punto sarà il riferimento per l'esecuzione delle misure di lunghezza della molla (vedi fig. 1). In questo modo si realizza un sistema abbastanza rigido e stabile per la lettura della elongazione della molla.

Infatti in questi casi, il rischio è l'errore di parallasse, che interviene ogni volta che si compie la lettura di una misura a distanza dall'oggetto da misurare. Facendo scorrere verticalmente la squadretta arrivando a toccare la molla nel punto in cui interessa, il sistema è rigido e, sfruttando l'angolo retto della squadretta si ha una corrispondenza abbastanza precisa con il lato graduato della riga su cui leggiamo il valore della misura.

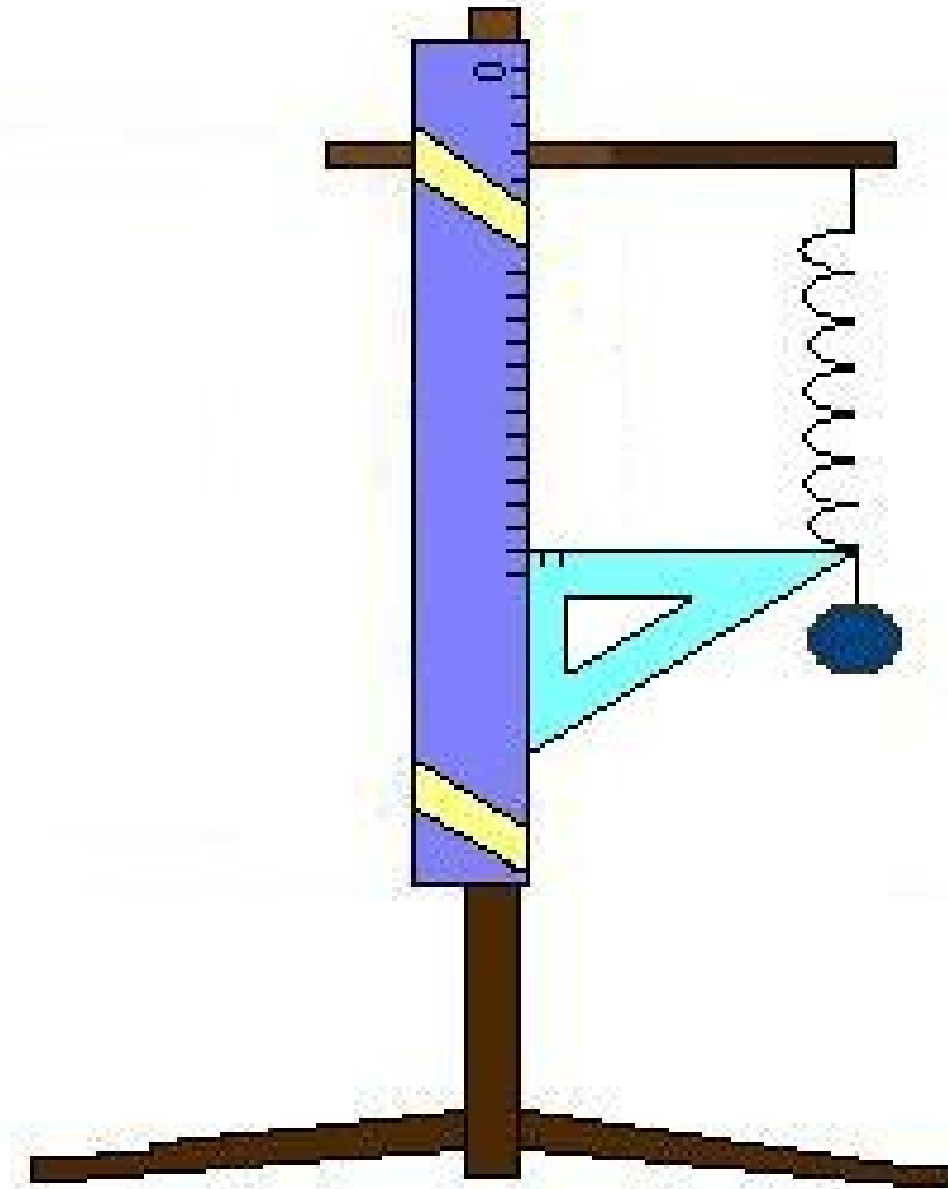


figura 1.

Utilizzando la lente d'ingrandimento, si può leggere la lunghezza della molla a riposo (ovvero leggiamo la lunghezza dallo "0" della riga fino al punto dell'ultima spira della molla), e poi la lunghezza della molla dopo aver applicato il peso. Si deve notare che non ha importanza dove si trovi fisicamente lo "0" della riga, perché la grandezza importante per questo esperimento è l'allungamento subito dalla molla, cioè la differenza tra le due lunghezze, che non dipende dall'origine.

Infine per differenza fra le due misure (prima e dopo l'applicazione della massa), si ottiene l'allungamento Δx subito dalla molla.

5. Misure

Si riportano di seguito le misure effettuate durante il laboratorio. Per eseguire almeno 10 misure dell'elongazione, si possono prendere quattro masse e sommarle combinandole in modi diversi. Si può notare che non occorre prendere molte misure della massa, si ha infatti una misura riproducibile: pesando per tre volte una massa si ottengono tre misure nelle quali cambia solo l'ultima cifra decimale visualizzata sul display digitale della bilancia, compatibilmente con l'errore massimo:

$$m_1 = (50.329 \pm 0.001) g$$

$$m_2 = (50.327 \pm 0.001) g$$

$$m_3 = (50.327 \pm 0.001) g$$

Allora prendiamo come misura della massa $M_1 = (50.328 \pm 0.001) g$ ed effettuiamo una sola pesata per la misura delle masse successive.

$$M_2 = (99.562 \pm 0.001) g$$

$$M_3 = (21.248 \pm 0.001) g$$

$$M_4 = (35.879 \pm 0.001) g$$

Misuriamo le elongazioni e riportiamo i risultati nelle tabelle seguenti.

Molla n.1

Lunghezza della molla a riposo: $l_0 = (9.35 \pm 0.05) \text{ cm}$

Masse	Masse (g)	Errori (g)	Lunghezze (cm)	Errori (cm)	Pesi (dyne= 10^{-5} N)	Errori (dyne= 10^{-5} N)
M3	21,248	0,001	11,90	0,05	20823	1
M4	35,879	0,001	13,60	0,05	35161	1
M1	50,328	0,001	15,25	0,05	49321	1
M3+M4	57,127	0,001	16,00	0,05	55984	1
M1+M3	71,682	0,001	17,85	0,05	70248	1
M1+M4	86,317	0,001	19,60	0,05	84591	1
M2	99,562	0,001	21,10	0,05	97571	1
M1+M3+M4	108,435	0,001	22,25	0,05	106266	1
M2+M3	120,830	0,001	23,60	0,05	118413	1
M2+M4	135,461	0,001	25,25	0,05	132752	1

Molla n.2

Lunghezza della molla a riposo: $l_0 = (9.60 \pm 0.05) \text{ cm}$

Masse	Masse (g)	Errori (g)	Lunghezze (cm)	Errori (cm)	Pesi (dyne= 10^{-5} N)	Errori (dyne= 10^{-5} N)
M3	21,248	0,001	10,85	0,05	20823	1
M4	35,879	0,001	11,85	0,05	35161	1
M1	50,328	0,001	12,75	0,05	49321	1
M3+M4	57,127	0,001	13,25	0,05	55984	1
M1+M3	71,682	0,001	14,30	0,05	70248	1
M1+M4	86,317	0,001	15,20	0,05	84591	1
M2	99,562	0,001	16,30	0,05	97571	1
M1+M3+M4	108,435	0,001	16,90	0,05	106266	1
M2+M3	120,830	0,001	17,65	0,05	118413	1
M2+M4	135,461	0,001	18,70	0,05	132752	1

Molle 1+2

Lunghezza della molla a riposo: $l_0 = (23,30 \pm 0.05) \text{ cm}$

Masse	Masse (g)	Errori (g)	Lunghezze (cm)	Errori (cm)	Pesi (dyne= 10^{-5} N)	Errori (dyne= 10^{-5} N)
M3	21,248	0,001	27,15	0,05	20823	1
M4	35,879	0,001	29,85	0,05	35161	1
M1	50,328	0,001	32,55	0,05	49321	1
M3+M4	57,127	0,001	33,95	0,05	55984	1
M1+M3	71,682	0,001	36,50	0,05	70248	1
M1+M4	86,317	0,001	39,15	0,05	84591	1
M2	99,562	0,001	41,80	0,05	97571	1
M1+M3+M4	108,435	0,001	43,45	0,05	106266	1
M2+M3	120,830	0,001	45,80	0,05	118413	1
M2+M4	135,461	0,001	48,30	0,05	132752	1

Si noti che, in questo ultimo caso, il valore della lunghezza della molla a riposo non è dato dalla somma delle lunghezze a riposo delle singole molle, perché nella misura sono compresi anche i ganci delle due molle.

Si riportano le misure su un grafico, in un piano cartesiano x-y (vedi fig. 2).

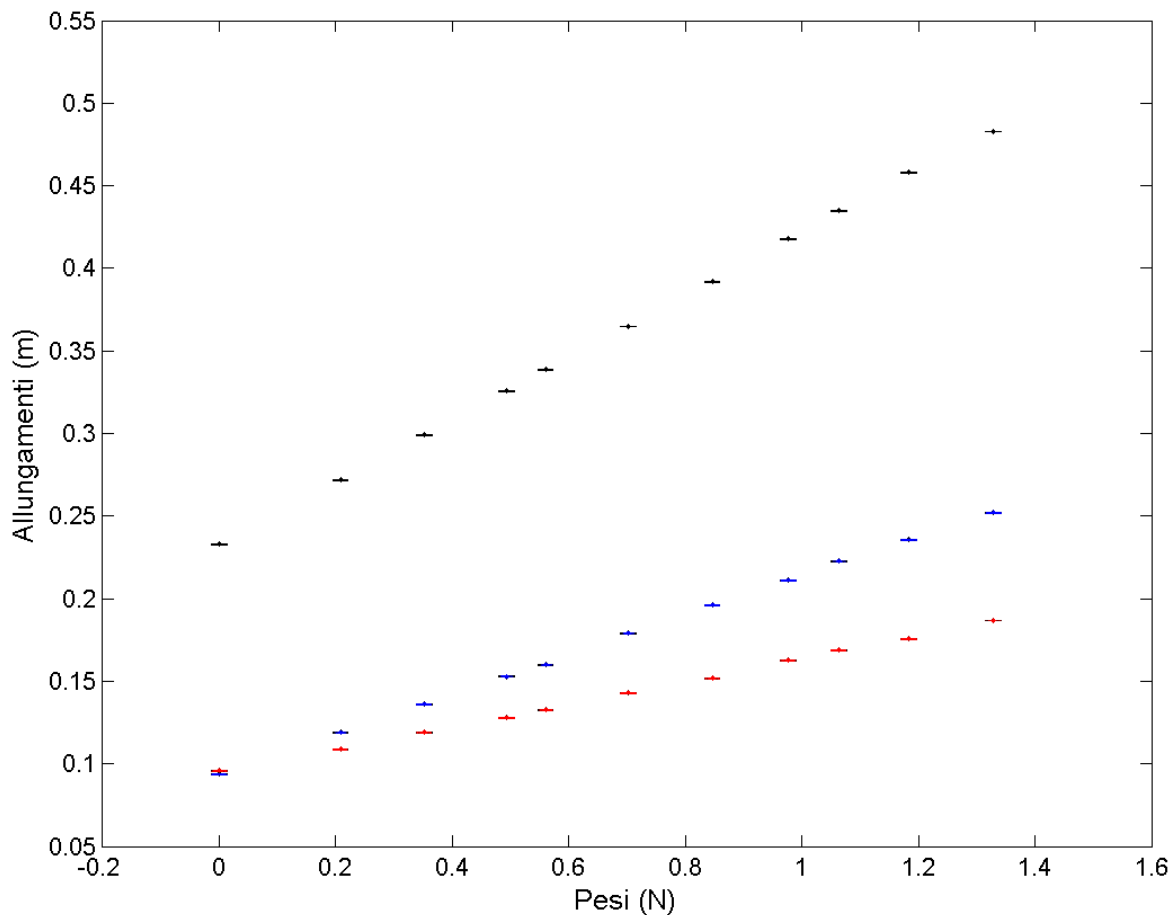


figura 2.

Grafico delle misure ottenute. Sull'asse delle ascisse riportiamo le misure dei pesi in Newton, sull'asse delle ordinate riportiamo gli allungamenti in metri. In rosso riportiamo i punti sperimentali relativi alle misure della seconda molla, in blu i punti relativi alla prima molla e in nero quelli del sistema costituito dalle due molle in serie.

Come si deduce dal grafico l'andamento è approssimativamente lineare. Si può fare allora questa ipotesi e ricavare i parametri della retta che approssima i dati sperimentali col metodo della massima e minima pendenza.

6. Criterio della massima e minima pendenza

Secondo il criterio della massima e minima pendenza, per disegnare la retta che approssima i punti sperimentali si prendono due coppie di punti e, muovendosi nella barra di errore, si scelgono gli estremi in modo da massimizzare o minimizzare la pendenza della retta che li congiunge.

Il coefficiente angolare della miglior retta sarà la media dei coefficienti angolari delle due rette. Consideriamo la prima molla.

Per i punti $A=(0.20823 \pm 0.00001 ; 0.1190 \pm 0.0005)$ e $B=(1.32752 \pm 0.00001 ; 0.2525 \pm 0.0005)$ si costruisce la retta di minima pendenza con coefficiente angolare:

$$m_1 = \frac{y_{B \min} - y_{A \max}}{x_{B \max} - x_{A \min}} = \frac{0.2520 - 0.1195}{1.32753 - 0.20822} = \frac{0.1325}{1.11931} = 0,11838$$

$$c_1 = 0.2525 - (0.11838)(1.32752) = 0.09535$$

mentre per la retta di massima pendenza si ha:

$$m_2 = \frac{y_{B \max} - y_{A \min}}{x_{B \min} - x_{A \max}} = \frac{0,2530 - 0,1185}{1.32751 - 0.20824} = \frac{0,1345}{1,11927} = 0,12016$$

$$c_2 = 0.2525 - (0.12016)(1.32752) = 0.09298$$

il coefficiente angolare della miglior retta è ottenuto con la media:

$$m = \frac{m_1 + m_2}{2} = 0,11927 \quad \text{l'errore con la differenza: } \Delta m = \frac{m_1 - m_2}{2} = 0.0009$$

$$c = \frac{c_1 + c_2}{2} = 0.09417 \quad c = \frac{c_1 - c_2}{2} = 0.0012$$

Per la seconda molla, ragionando analogamente, si prendono i punti:

$A=(0.20823 \pm 0.00001 ; 0.1085 \pm 0.0005)$ e $B=(1.32752 \pm 0.00001 ; 0.1870 \pm 0.0005)$ si ottengono i valori della retta di minima pendenza con coefficiente angolare:

$$m_1 = \frac{y_{B \min} - y_{A \max}}{x_{B \max} - x_{A \min}} = \frac{0.1865 - 0.1090}{1.32753 - 0.20822} = \frac{0.0775}{1.11931} = 0,06924$$

$$c_1 = 0.1870 - (0.06924)(1.32752) = 0.09508$$

mentre per la retta di massima pendenza si ha:

$$m_2 = \frac{y_{B \max} - y_{A \min}}{x_{B \min} - x_{A \max}} = \frac{0,1875 - 0,1080}{1,32751 - 0,20824} = \frac{0,0795}{1,11927} = 0,07103$$

$$c_2 = 0,1870 - (0,07103)(1,32752) = 0,09271$$

$$m = \frac{m_1 + m_2}{2} = 0,07014$$

$$\text{l'errore con la differenza: } \Delta m = \frac{m_1 - m_2}{2} = 0,0009$$

$$c = \frac{c_1 + c_2}{2} = 0,09389$$

$$\Delta c = \frac{c_1 - c_2}{2} = 0,00119$$

Infine, per la serie delle due molle, si prendono i punti:

A=(0.20823 ± 0.00001 ; 0.2715 ± 0.0005) e B=(1.32752 ± 0.00001 ; 0.4830 ± 0.0005) e si ottengono i valori della retta di minima pendenza con coefficiente angolare:

$$m_1 = \frac{y_{B \min} - y_{A \max}}{x_{B \max} - x_{A \min}} = \frac{0,4825 - 0,2720}{1,32753 - 0,20822} = \frac{0,2105}{1,11931} = 0,18806$$

$$c_1 = 0,4830 - (0,18806)(1,32752) = 0,23335$$

mentre per la retta di massima pendenza si ha:

$$m_2 = \frac{y_{B \max} - y_{A \min}}{x_{B \min} - x_{A \max}} = \frac{0,4835 - 0,2710}{1,32751 - 0,20824} = \frac{0,2125}{1,11927} = 0,18985$$

$$c_2 = 0,4830 - (0,18985)(1,32752) = 0,23097$$

$$m = \frac{m_1 + m_2}{2} = 0,18896$$

$$\text{l'errore con la differenza: } m = \frac{m_1 - m_2}{2} = 0,0009$$

$$c = \frac{c_1 + c_2}{2} = 0,46432$$

$$c = \frac{c_1 - c_2}{2} = 0,00118$$

7. Risultati ottenuti

Molla 1

Il metodo della massima e minima pendenza ha fornito i seguenti parametri:

$$m = 0,1193 \frac{m}{N} \quad c = 0,0942 N$$

$$\Delta m = 0,0009 \frac{m}{N} \quad \Delta c = 0,0012 N$$

L'Equazione della retta è quindi $y=(0.1193 \pm 0,0009)x+(0,0942 \pm 0,0012)$

La misura della costante elastica k della molla risulta quindi:

$$k = \frac{1}{m} = 8.3822 \frac{N}{m} \quad \Delta k = \left| \frac{1}{m^2} \right| \cdot \Delta m = 70.262(0.0012) = 0.0843 \quad 0.08 \frac{N}{m}$$

In conclusione $k_1 = (8.38 \pm 0.08) \frac{N}{m}$

Molla 2

$$m = 0,07014 \frac{m}{N} \quad c = 0,09389 N$$

$$\Delta m = 0,0009 \frac{m}{N} \quad \Delta c = 0,000119 N$$

L'Equazione della miglior retta è quindi $y=(0.0701 \pm 0,0009)x+(0,09389 \pm 0,00012)$

La misura della costante elastica k della molla risulta quindi:

$$k = \frac{1}{m} = 14.2572 \frac{N}{m} \quad \Delta k = \left| \frac{1}{m^2} \right| \cdot \Delta m = 0.18294 \quad 0.18 \frac{N}{m}$$

In conclusione $k_2 = (14.23 \pm 0.18) \frac{N}{m}$

Molla 1+2

Il metodo dei minimi quadrati fornisce i seguenti parametri:

$$m = 0,18896 \frac{m}{N} \quad c = 0,00118 N$$

$$\Delta m = 0,0009 \frac{m}{N} \quad \Delta c = 0,00118 N$$

L'Equazione della miglior retta è quindi $y=(0.1890 \pm 0,0009)x+(0,0012 \pm 0,0012)$

La misura della costante elastica k della molla risulta quindi:

$$k = \frac{1}{m} = 5.29212 \frac{N}{m} \quad \Delta k = \left| \frac{1}{m^2} \right| \cdot \Delta m = 28.0065 \cdot (0,0009) = 0.025205 \quad 0.03 \frac{N}{m}$$

In conclusione $k_{1+2} = (5.29 \pm 0.03) \frac{N}{m}$

Questi risultati sono riportati sul grafico riassuntivo seguente (fig.3).

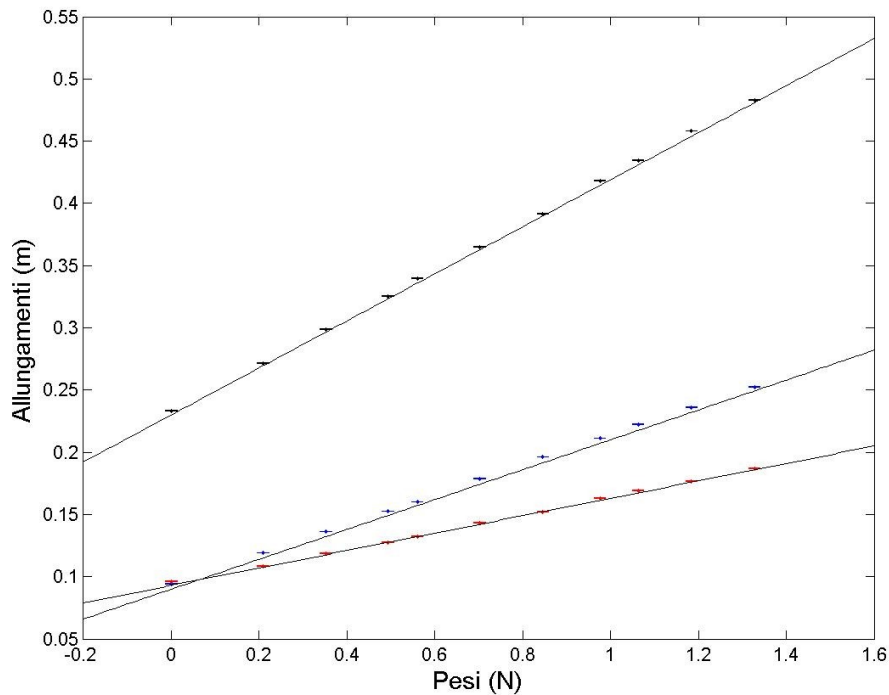


figura 3

Come si vede dal grafico, la possibile legge che lega la composizione dei coefficienti angolari delle due molle, è la somma:

$$m_{1+2} = m_1 + m_2$$

Invece, per le costanti elastiche, definite come l'inverso dei coefficienti angolari, si verificherà la legge:

$$\frac{1}{k_{1+2}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

come risulta anche da semplici considerazioni teoriche:

Consideriamo il sistema formato da due molle collegate in serie deformate dall'applicazione di una forza F . La prima molla subirà un allungamento che dipenderà dalla forza F e dalla costante elastica secondo la legge:

$$F = -k_1 \cdot x_1 \quad \text{da cui ricaviamo } x_1 = -\frac{F}{k_1}$$

la seconda molla subirà, dall'azione della stessa forza, un altro allungamento:

$$F = -k_2 \cdot x_2 \quad \text{da cui ricaviamo } x_2 = -\frac{F}{k_2}$$

Se adesso consideriamo il sistema formato dalle due molle in serie, si ha che l'allungamento subito sarà la somma dei singoli allungamenti, mentre la forza è sempre la stessa:

$$F = -k_{1+2} \cdot (x_1 + x_2)$$

Ricaviamo $k_{1+2} = \frac{-F}{(x_1 + x_2)}$ e, sostituendo i valori di x_1 e x_2 ricavati precedentemente

otteniamo la relazione
$$k_{1+2} = \frac{-F}{\left(\frac{-F}{k_1} + \frac{-F}{k_2}\right)} = \frac{1}{\left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right)}$$

3. OSSERVAZIONI DIDATTICHE

1. Elaborazione dei dati

Si può proporre agli alunni un'attività guidata che riguarda la scelta della formula che più si adatta ai dati sperimentali. Si può fornire la tabella con i dati relativi alla variazione della lunghezza di una molla in funzione della massa applicata. Si chiede di scegliere tra quattro formule quella che è in accordo con i dati sperimentali, la scelta deve essere motivata dagli allievi.

Dopo aver effettuato la scelta, si mette quindi a confronto il grafico ricavato dai dati sperimentali e quello costruito utilizzando i dati calcolati con la formula.

L'insegnante può classificare e selezionare le diverse strategie utilizzate dagli allievi, preparando così la discussione e il confronto su i metodi basati soltanto sul calcolo, i metodi basati su riflessioni relative alla formula e all'andamento dei dati in tabella, eventualmente accompagnate da alcuni calcoli e i metodi basati su riferimenti espliciti al fenomeno fisico.

Può essere sollecitata e sviluppata una riflessione sulle differenze esistenti tra grafici derivati da dati sperimentali e grafici ottenuti usando dati calcolati con la formula: il significato dei punti del grafico sperimentale e di quelli del grafico teorico; il diverso significato delle situazioni intermedie tra un punto e l'altro; la possibilità di prolungare il grafico anche oltre i limiti di validità del modello; errori sperimentali.

Si può proporre, come ipotesi da discutere, il fatto che la formula ottenuta è solo un caso particolare di una legge più generale, $Y=m \cdot X+q$, valida per tutte le molle, entro certi limiti di allungamento.

E' importante far notare agli alunni che, determinando i valori di m e q , è possibile scrivere una formula matematica che esprime la legge di allungamento della molla considerata: questo permette di prevedere, eseguendo dei calcoli, i possibili allungamenti. Occorre, però, anche riflettere sul fatto che la previsione ha senso solo se si opera entro i limiti di validità del modello utilizzato: tali limiti dipendono dalle proprietà della molla studiata (lunghezza iniziale, limite elastico e limite di proporzionalità). Si può proporre, quindi, una discussione sul significato fisico di m e di q .

La discussione permette di collegare gli elementi matematici del modello con le caratteristiche fisiche della molla ed è preliminare all'introduzione del concetto di coefficiente angolare di una retta.

E' invece complesso raggiungere in modo preciso il significato fisico di m , perché potrebbe chiamare in gioco il concetto di rapporto tra allungamento e variazione di peso. La discussione dovrebbe portare a condividere queste conoscenze arrivando ad una definizione comune, che tenga conto anche delle unità di misura in gioco.

2. Analisi dei grafici

Lo strumento del grafico è molto importante perché attraverso di esso si passa da considerazioni di tipo fisico a considerazioni di tipo geometrico o algebrico: il coefficiente di allungamento m diventa il coefficiente angolare, associato alla pendenza della retta; il valore della lunghezza iniziale q determina l'ordinata del punto di intersezione con l'asse verticale.

Dal punto di vista didattico occorre, però, tener presente che l'impatto visivo delle rappresentazioni grafiche può fare perdere di vista i vincoli e i difetti della realtà fisica e anche i limiti di validità del

modello utilizzato. Saranno allora importanti i valori numerici e le unità di misura per valutare se si è ancora entro tali limiti.

3. L'allungamento della molla in un'esperienza differente: lo scivolo e il flipper

Lo scopo di questa esperienza è utilizzare un oggetto noto, sul quale si siano già fatte delle esperienze, in una situazione nuova che riveli delle differenti proprietà.

Lo scivolo consiste nel far cadere una pallina da differenti altezze lungo una guida, in modo che alla fine del moto vada a fermarsi su una molla (fig. 4 caso A e B). Il flipper invece consiste nel contrarre una molla e poi lasciarla spingendo una pallina verso l'alto (fig. 4 caso B e A).

Gli studenti conoscono il comportamento lineare della molla in funzione della massa appesa. Ora, mettendo in relazione le altezze della pallina con gli accorciamenti della molla possono scoprire in cosa consiste una relazione parabolica. Anche se l'oggetto di studio è sempre la molla, il modello matematico cambia quando cambiano le variabili scelte.

Questo inoltre permette di introdurre in modo qualitativo e intuitivo, al concetto di energia cinetica della pallina e energia potenziale della molla. Dal punto di vista adulto, dell'insegnante, occorre

ricordare che l'energia potenziale della molla, $\frac{1}{2}k\Delta x^2$, si **manifesta** nel movimento impresso alla

pallina che acquista una energia cinetica di $\frac{1}{2}mv^2$. La stessa pallina, quando si trova sulla guida ad

una altezza h ha accumulato un'energia potenziale pari mgh .

Quindi la relazione che si dovrà considerare è:

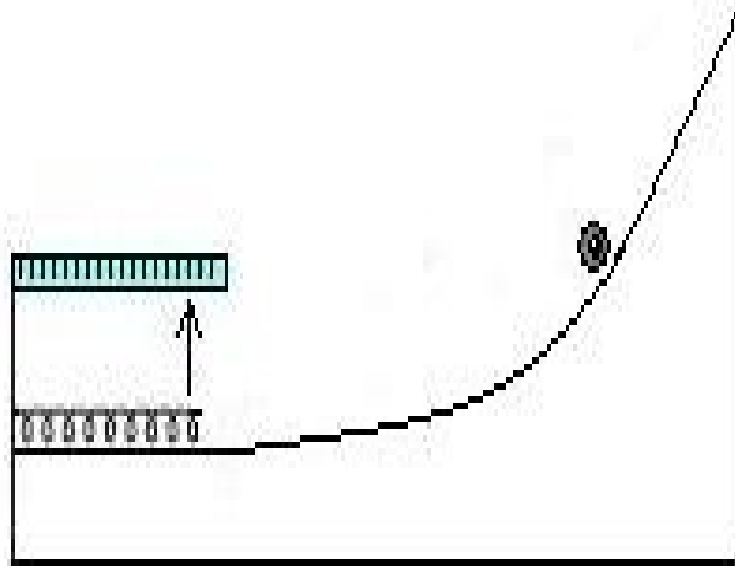
$$mgh = \frac{1}{2}k\Delta x^2$$

In un caso, quello dello scivolo, la variabile indipendente che si potrà far variare sarà l'altezza da cui scivola la pallina, e si andrà a misurare l'accorciamento della molla che in realtà è un dinamometro. Nell'altro caso, quello del flipper, la variabile indipendente sarà l'accorciamento della molla e si andrà a misurare l'altezza raggiunta dalla pallina.

In questa parte del lavoro, non viene richiesto agli allievi di produrre e discutere ipotesi argomentate, ma semplicemente di osservare un fenomeno mettendo in gioco la conoscenza acquisita e la padronanza degli strumenti matematici utilizzati nelle attività svolte in precedenza.

Questo laboratorio è anche mirato a testare le abilità osservative e descrittive necessarie per studiare un caso nuovo e cominciare ad elaborare un concetto astratto e superiore come quello di energia, e abilità logico-deduttive, attraverso la mediazione dell'insegnante che chiederà di motivare alcuni fenomeni osservati secondo un rapporto di causa-effetto.

A



B

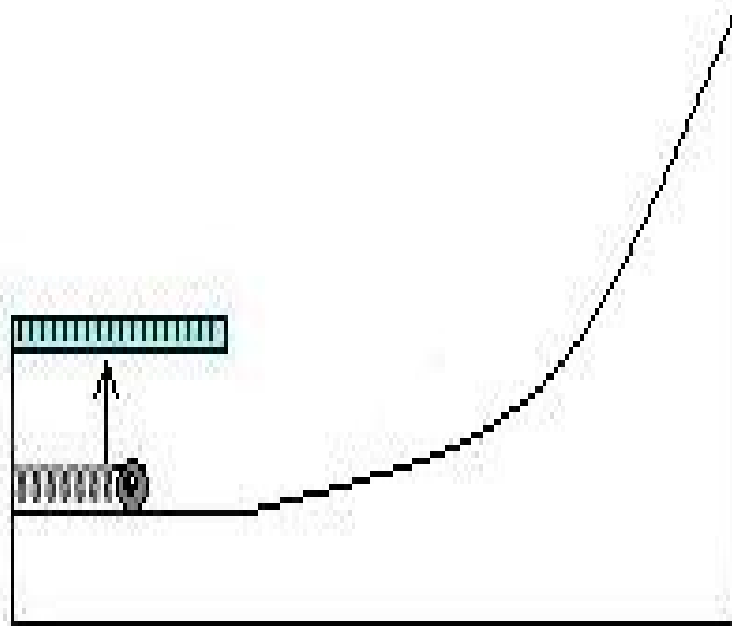


figura 4

Esperimento sullo scivolo e sul flipper

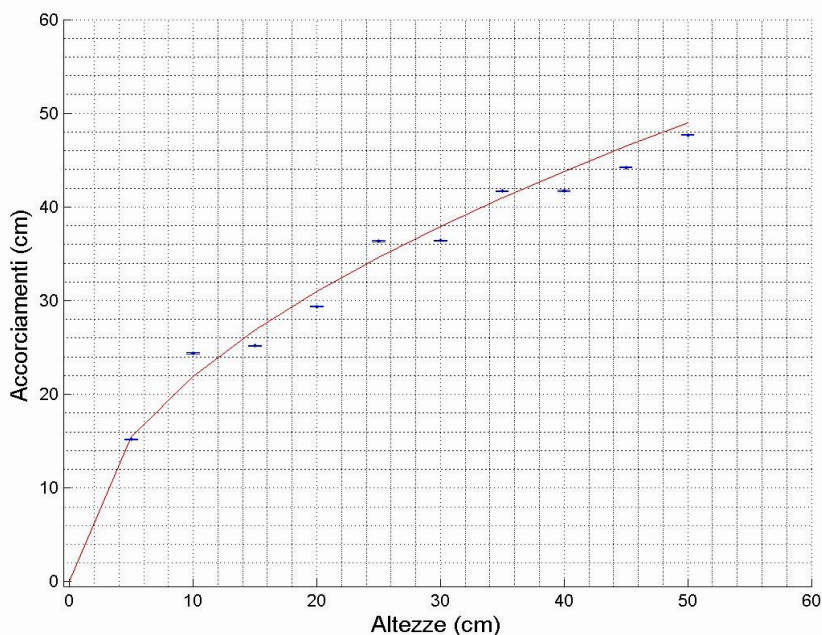
Scivolo

I dati qui presentati sono il risultato di una simulazione in cui una pallina di massa $M=30$ g, provoca l'accorciamento di una molla elastica di costante elastica $K = 1225 \frac{\text{dine}}{\text{cm}} = 1.225 \frac{\text{N}}{\text{m}}$

Immaginiamo una pallina che scivola da una guida inclinata fino a urtare contro una molla ferma che subisce una contrazione della sua lunghezza iniziale. Misurando l'altezza da cui viene lasciata cadere la pallina (H) e la contrazione subita dalla molla (D), si ottengono i valori riportati in tabella.

Altezze (cm) H	Accorciamenti (cm) D
50.0 ± 0.5	47.7 ± 0.5
45.0 ± 0.5	44.2 ± 0.5
40.0 ± 0.5	41.7 ± 0.5
35.0 ± 0.5	41.7 ± 0.5
30.0 ± 0.5	36.4 ± 0.5
25.0 ± 0.5	36.4 ± 0.5
20.0 ± 0.5	29.4 ± 0.5
15.0 ± 0.5	25.2 ± 0.5
10.0 ± 0.5	24.4 ± 0.5
5.0 ± 0.5	15.2 ± 0.5
0	0.8 ± 0.5

Osservando attentamente le misure riportate nella tabella, si intuisce che non si può fare un'ipotesi lineare sull'andamento delle misure di altezza della palline e di accorciamento subito dalla molla. I valori di altezza e accorciamento della molla, riportati in tabella, sono rappresentati in figura:



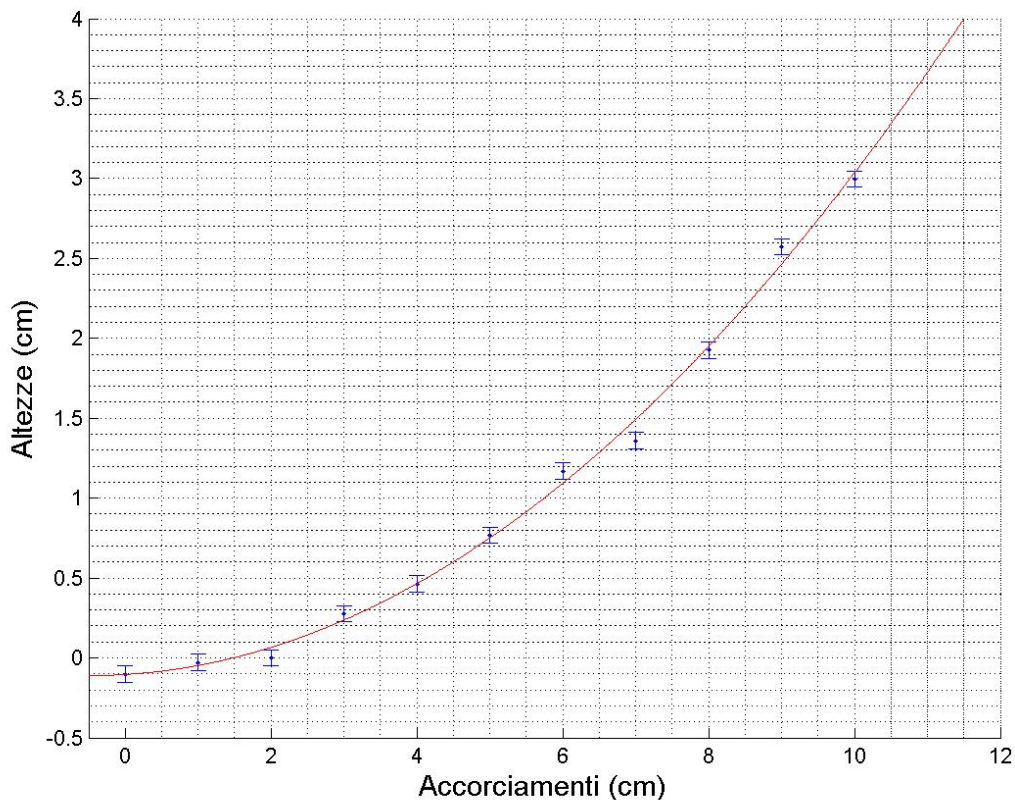
I punti non possono essere descritti da una formula lineare, ma sono ben approssimati dalla radice quadrata di funzione. (Si potrebbe fare un grafico riportando l'altezza e il quadrato dell'accorciamento della molla e vedere se l'andamento questa volta è lineare e mettere a confronto i due grafici).

Flipper

I dati qui presentati sono il risultato di una simulazione in cui la contrazione di una molla di costante elastica $K = 1225 \frac{\text{dine}}{\text{cm}} = 1.225 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ spinge una pallina di massa $M=20$ g lungo una guida inclinata fino al raggiungimento di un'altezza H .

Immaginiamo una molla contratta e una pallina posta a contatto con la molla su un piano orizzontale. Lasciamo libera la molla di allungarsi e osserviamo che la pallina viene spinta su per la guida inclinata fino ad una certa altezza. Variando l'accorciamento della molla (è un dinamometro) (D) e misurando l'altezza raggiunta dalla pallina (H), si ottengono i valori riportati in tabella.

Accorciamenti (cm) D	Altezze (cm) H
0.1 ± 0.5	0
0.0 ± 0.5	1
0.0 ± 0.5	2
0.3 ± 0.5	3
0.5 ± 0.5	4
0.8 ± 0.5	5
1.2 ± 0.5	6
1.4 ± 0.5	7
1.9 ± 0.5	8
2.6 ± 0.5	9
3.0	10



La formula che descrive i punti disegnati nella figura è l'equazione di una parabola:

$$H=0.03+0.03D-0.10D^2$$

Si potrebbe chiedere agli alunni in che cosa differisce questa formula rispetto a quella di una retta, vista in precedenza. Anche nella rappresentazione grafica, si può confrontare l'andamento dei punti che descrivono l'accorciamento subito dalla molla in seguito all'urto della pallina, e chiedere di descrivere le differenze che si notano tra questo andamento e una retta, giustificando la risposta.

4. Ulteriori conclusioni.

E' opportuno, al termine del lavoro, chiedere agli alunni di riassumere, in una relazione, le varie tappe del percorso affrontato per arrivare a modellizzare il fenomeno studiato della dinamica della molla. Attraverso la verbalizzazione scritta e la discussione in gruppo, si potranno rivisitare gli obiettivi disciplinari affrontati e analizzare i singoli passaggi alla luce delle conclusioni.

5. Bibliografia

Per questa relazione, ho consultato, oltre gli appunti e le relazioni del corso di laboratorio di didattica della fisica, anche il materiale messo a disposizione sul sito

<http://www.dima.unige.it/~parenti>

e sul sito

<http://www.didmat.dima.unige.it>